

## 关于线性同余式组的一个 转换定理的注记

王元 王连祥

任建华

(中国科学院数学研究所) (西北大学数学系)

命  $p$  为素数,  $a_{ij} (1 \leq i \leq t, 1 \leq j \leq s)$  为  $st$  个整数. 引入记号  $\bar{x} = \text{Max}(1, |x|)$ ,  $p_1 = [(p-1)/2]$ ,  $p_2 = [p/2]$ , 命  $(a)_p$  表示适合于  $(a)_p \equiv a \pmod{p}$ ,  $-p_1 \leq (a)_p \leq p_2$  的整数. 考虑线性同余式组

$$\sum_{j=1}^s a_{ij} x_j + x_{s+i} \equiv 0 \pmod{p}, \quad 1 \leq i \leq t \quad (1)$$

与

$$\sum_{i=1}^t a_{ij} y_i + y_{j+t} \equiv 0 \pmod{p}, \quad 1 \leq j \leq s, \quad (2)$$

及其适合于

$$-p_1 \leq x_k \leq p_2, \quad -p_1 \leq y_k \leq p_2$$

的解. 显然,  $x_1 = \dots = x_{s+t} = 0$  与  $y_1 = \dots = y_{s+t} = 0$  分别是 (1) 与 (2) 的解, 它们称作寻常解. 其他解则称为非寻常解. 命  $x_1, \dots, x_{s+t}$  为 (1) 的非寻常解,  $q = q(a_{11}, \dots, a_{st})$  为诸乘积  $\bar{x}_1 \dots \bar{x}_{s+t}$  的最小值. 关于方程组 (2), 我们可以类似地定义  $Q = Q(a_{11}, \dots, a_{st})$ .

**定理 1**  $q$  与  $Q$  适合于不等式

$$\frac{Q^{s+t-1}}{q} \leq (2s+2t+1)^{s+t} p^{(s+t)(s-1)}.$$

**定理 2** 命

$$q^* = \max_{1 \leq a_{ij} \leq p} q(a_{11}, \dots, a_{st}),$$

则

$$\frac{p^s}{3^{s+1} p^{s+t-1} (\ln p)^{s+t-1}} < q^* \leq \frac{p^s}{2^t}.$$

定理 1 与 2 分别是 A. O. Гельфонд 与 Н. С. Бахвалов 相应结果的推广 (见 [1, 2]).

现将定理 1 的证明主要步骤述于下. 假定

$$c = (2s+2t+1)^{\frac{1}{s+t-1}} (qp^{s-1})^{\frac{1}{s+t-1}} \geq p,$$

则

$$q \geq (2s+2t+1)^{-1} p^s.$$

因  $y_1 = 1, y_2 = \dots = y_t = 0, y_{j+t} = -(a_{1j})_p (1 \leq j \leq s)$  是 (2) 的非寻常解, 所以

$$Q \leq \bar{y}_1 \dots \bar{y}_{s+t} \leq (p/2)^s.$$

因此

$$\frac{Q^{s+t-1}}{q} \leq (2s+2t+1) 2^{-s(s+t-1)} p^{(s+t)(s-1)}.$$

当  $c < p$  时, 用 Dirichlet 抽屉原理可证明定理的结论.

[1] Коробов Н. М., УМН СССР, 3 (1967) 83

[2] Бахвалов Н. С., Вест. МГУ, 4 (1959) 3

(1979 年 12 月 5 日收到)

## 一种用路径积分计算重离子碰撞的耗散的方法

贺泽君

(中国科学院原子核研究所)

能量耗散和摩擦在重离子碰撞和裂变的输运研究中是十分重要的, 因而引起人们的极大兴趣<sup>[1]</sup>. 本文用路径积分方法来计算这些物理量.

令重离子相对运动为  $Q$ , 内禀运动为  $q$ ,

它们的耦合为  $\hat{V} = \hat{V}(Q, P, q)$ ,  $P$  是  $Q$  坐标的动量,  $S(q)$  取作内禀作用量, 用路径积分写出内禀态的传播子, 则内禀态  $\kappa_f(q_f)$  用初态  $\kappa(q_0)$  表示为<sup>[2]</sup>

$$\kappa_f(q_f) =$$

$$\left\{ \left\{ \exp \frac{i}{\hbar} \left[ S(q) - \int_0^t \hat{V} dt \right] \mathcal{D} q(t) \right\} \kappa(q_0) dq_0 \right\} (1)$$

$t$  为碰撞时间, 则耦合在  $\kappa_f$  中的平均由 (1) 式表示为

$$\begin{aligned} \langle \hat{V} \rangle = & \int \hat{V} \delta(q_f - q_i) \exp \left\{ \frac{i}{\hbar} \left[ S(q) - S(q') \right. \right. \\ & \left. \left. - \int_0^t (\hat{V}_s - \hat{V}_s') ds \right] \right\} \kappa^*(q_0') \kappa(q_0) \\ & \cdot \mathcal{D} q'(t) \mathcal{D} q(t) dq_0' dq_0. \end{aligned} \quad (2)$$

这里,  $\hat{V}' = \hat{V}(Q', P', q')$ ,  $\hat{V}_s$  指  $\hat{V}$  的时间